Районный тур 2015. 8 класс. I вариант

Задача 1.

С начального момента и до того, как космонавт катапультируется, капсула пройдет некоторое расстояние S_1 в вертикальном направлении по оси OY (см. Рис. 1). Так как скорости капсулы и корабля равны, то Гермес пройдет такое же расстояние S_1, но по горизонтали (см. Рис. 1). Найдя это расстояние мы сможем установить, когда космонавту необходимо катапультироваться.

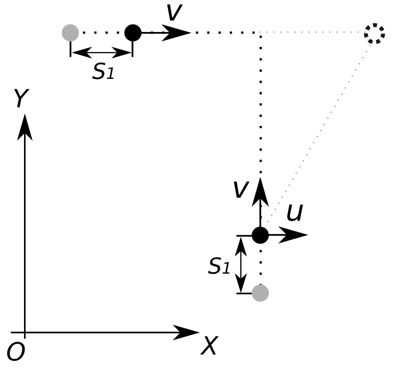

Рис. 1

По условию космонавт катапультируется вбок относительно капсулы, это значит, что в неподвижной системе отсчета составляющая его скорости вдоль оси OY будет равна скорости капсулы 5 м/с, а по оси OX он начинает двигаться со скоростью 3 м/с (см. Рис. 1). Перед тем, как попасть на корабль космонавту надо пролететь по вертикали расстояние $S_2 = 3200 - S_1$ м. При том, что его скорость в этом направлении составляет 5 м/с, с кораблем он встретится через время $t_1 = S_2/v = (3200 - S_1)/5$ с от момента катапультирования.

Встречу с кораблем по горизонтальной оси легче рассматривать в системе отсчета, двигающейся вдоль оси OX со скоростью u вбок. Космонавт в этой системе отсчета не имеет составляющей скорости вдоль OX. В этой системе отсчета корабль приближается к космонавту в горизонтальном направлении со скоростью $v' = v - u = 2$ м/с, а пройти ему по оси OX предстоит расстояние $S_3 = 1800 - S_1$ м. Так что время этого движения получается равно $t_1 = S_3/v' = (1800 - S_1)/2$ с.

Приравняв время t_1, выраженное из горизонтального и вертикального движения мы находим $S_1 = 2600/3$. Откуда время через которое космонавт должен катапультироваться равно $t = S_1/v = 520/3 \approx 173,3$ с.

Ответ: Космонавту нужно катапультироваться через $t = 520/3 \approx 173,3$ с после начального момента.

- **1 балл** За понимание того, в какую сторону должен катапультироваться космонавт
- **2 балла** Правильно записано условие попадания на корабль по вертикальной оси OY
- **4 балла** Правильно получена скорость сближения корабля и космонавта (**2 балла**), получено условие попадания на корабль по горизонтальной оси OX (**2 балла**)
- **2 балла** Из уравнений на движение по оси OX и OY выражено искомое время
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 2.

Определим сначала температуру робота в установившемся режиме. Для этого рассмотрим все относящиеся к нему тепловые процессы. Во-первых, робот получает тепло за счет того, что расходует впустую часть потребляемой мощности. По определению, КПД – это та часть мощности, которая расходуется на полезную работу. Таким образом, на нагрев робота идет оставшаяся ее часть, то есть мощность $P_0 \cdot (1 - \eta(T))$. В выражении мы отдельно отметили, что КПД робота зависит от температуры. С другой стороны, робот теряет тепло за счет отдачи в окружающую среду. Мощность этой теплоотдачи приведена в условии задачи и равняется $\alpha(T - T_{\text{окр}})$. В установившемся температурном режиме робот не нагревается и не охлаждается, то есть эти мощности равны друг другу

$$P_0 \cdot (1 - \eta(T)) = \alpha(T - T_{\text{окр}}).$$

Для того, чтобы найти температуру робота в установившемся режиме, нужно воспользоваться графиком и определить явный вид $\eta(T)$. Легко заметить, что эта функция линейна, и мы можем узнать точное ее выражение по значениям в двум точках (например 20^oC и 60^oC)

$$\eta = 0.2 - (T - 20^oC) \cdot \frac{0.2}{40^oC} = 0.2 - \frac{T - 20^oC}{200^oC}.$$

Теперь мы можем решить уравнение, описывающее тепловой баланс робота, и найти температуру.

$$P_0 \cdot (1 - 0.2 + \frac{T - 20^oC}{200^oC}) = \alpha(T - T_{\text{окр}})$$

$$20 \cdot (0.8 + \frac{T}{200} - 0.1) = 0.6(T - 20)$$

$$14 + \frac{T}{10} = 0.6T - 12 \Longrightarrow \quad T = 52^oC$$

КПД робота при такой температуре будет равняться

$$\eta = 0.2 - \frac{52 - 20^oC}{200^oC} = 0.04.$$

Таким образом, полезная мощность робота равняется $P = \eta P_0 = 0.8$ Вт. Можем проверить, что значение действительно подходит: теплоотдача робота в окружающую среду составляет $0.6 \cdot (52 - 20) = 19.2$ Вт, а мощность его нагрева равняется $(1 - 0.04) \cdot 20 = 19.2$ Вт. Таким образом, робот не нагревается и не охлаждается.

За десять минут закручивания шурупов в установившемся режиме робот совершит $A_r = P \cdot t = 0.8$ Вт $\cdot\, 600c = 480$ Дж полезной работы, чего будет достаточно для того, чтобы закрутить $N = A_r/A = 480/40 = 12$ шурупов.

Ответ: За десять минут работы в установившемся температурном режиме робот успеет закрутить 12 шурупов в следующем проекте Раздолбайкина.

- **3 балла** Правильно записано уравнение теплового баланса робота
- **4 балла** При помощи графика из уравнения теплового баланса получена температура робота в установившемся температурном режиме
- **2 балла** При помощи значения КПД в установившемся режиме посчитано количество шурупов, которое робот будет закручивать за 10 минут
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 3.

При вытаскивании всех четырех слитков нам будет противостоять сила трения между их гранями и деревянными пластинами, а так же сила тяжести. Максимальная сила статического трения пропорциональна силе реакции опоры N и равна $F_{Tp} = \mu \cdot N$, где μ_1 в нашем случае – коэффициент трения между деревянной пластиной и гранью золотого слитка. Силы реакции опоры, действующие со стороны пластин на грани слитков равны из соображения симметрии конструкции. Действительно, силы, с которой сдавливают пластины равны по условию, а все слитки одинаковые. Если равны силы реакции опоры, то равны и максимальные силы статического трения, которые действует со стороны пластин на соприкасающиеся с ними грани слитков (обозначим эту силу F_{Tp1}). Всего граней, касающихся пластин 6 штук. Тогда минимальная сила, которую нужно приложить для преодоления силы трения и силы тяжести, чтобы вынуть все четыре слитка, равна $F_1 = 6 \cdot F_{Tp1} + 4 \cdot m \cdot g$. По условию $F_1 = 740H$, так как масса слитка дана, отсюда легко найти максимальную силу трения между пластиной и гранью одного слитка

$$F_{Tp1} = \frac{1}{6}(F_1 - 4 \cdot m \cdot g) = \frac{1}{6}(740 - 500) = 40H.$$

При вытаскивании только центрального слитка наряду с силой тяжести нам будут противостоять силы трения меду гранями центрального слитка и соседних слитков. Силы реакции опоры со стороны угловых слитков равны между собой по модулю, так же из соображений симметрии. Следовательно и значение максимальной силы трения межу центральным и тремя боковыми слитками равны (обозначим F_{Tp2}). Таким образом, при вытаскивании только центрального слитка, придерживая остальные нужно приложить силу не меньшую $F_2 = 3 \cdot F_{Tp2} + m \cdot g$. По условию $F_2 = 215H$, тогда легко получить, что

$$F_{Tp2} = \frac{1}{3}(F_2 - m \cdot g) = \frac{1}{3}(215 - 125) = 30H.$$

Для того, чтобы вытащить угловой слиток, нужно кроме силы тяжести преодолеть силу трения между двумя гранями слитка и деревянными пластинами, а так же силу трения со стороны грани центрального слитка. Силы реакции опоры, действующая на угловой слиток со стороны центрального, по Третьему закону ньютона равна силе, действующей наоборот со стороны углового на центральный. Следовательно максимальная сила трения, которая действует со стороны центрального слитка на угловой равна F_{Tp2}, которую мы нашли раньше. Таким образом, получаем минимальную силу, необходимую, чтобы достать угловой слиток, придерживая остальные

$$F_3 = 2 \cdot F_{Tp1} + F_{Tp2} + m \cdot g = 80 + 30 + 125 = 235H$$

Ответ: Искомая сила равна $235H$.

- **3 балла** Вычислена сила трения между слитком и деревянной пластиной
- **3 балла** Вычислена сила трения между центральным и угловым слитком
- **3 балла** Вычислена искомая сила
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 4.

По условию, одометр считает расстояние через количество оборотов колес, следовательно одометр в первом и во втором случае покажет 100 км. при N. Тогда путь, который проедете автомобиль, рассчитывается по формуле.

$$S = 2\pi RN.$$

На летних шинах Василий действительно проехал бы 100 км. и формула выглядела бы следующим образом:

$$S_1 = 2\pi R_1 N. \tag{1}$$

На зимних шинах Василий проедет расстояние

$$S_2 = 2\pi R_2 N, \tag{2}$$

когда одометр покажет 100 км. Решая систему уравнений (1) и (2), получаем

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Тогда, выразив S_2:

$$S_2 = S_1 \frac{R_2}{R_1}.$$

Подставим числа и получим

$$S_2 = 100 \text{ км } \frac{14}{13} \simeq 107.7 \text{ км}$$

Ответ: В действительности Вася проехал 100 км$\frac{14}{13} \simeq 107.7$ км.

- **1 балл** За понимание, что одометр показывает 100 км. при N оборотах вне зависимости от радиуса колеса.
- **2 балла** За правильно написанное уравнение (1)
- **2 балла** За правильно написанное уравнение (2)
- **3 балла** Решение системы уравнений (1) и (2).
- **2 балла** Получен правильный численный ответ

Задача 5.

Для того чтобы решить задачу обозначим объем телефона, который находился в киселе V_1, а тот объем, что был в воде – V_2. Очевидно, что сумма данных объемов равна общему объему телефона $V_T = V_1 + V_2$. По условию задачи необходимо указать какая часть телефона была погружена в кисель, что в наших обозначениях соответствует отношению объема части, погруженной в кисель, к общему объему мобильника V_1/V_T.

Если телефон не всплывал и не тонул, значит сила тяжести F_T, была скомпенсирована силой Архимеда F_{apx}. Сила Архимеда в данном случае может быть выражена, как сумма сил, действующих на части телефона, находящиеся в разных жидкостях. Обозначим плотность воды ρ_A, а плотность киселя ρ_B, тогда баланс сил будет выглядеть следующим образом

$$F_T = \rho_A \cdot g \cdot V_1 + \rho_B \cdot g \cdot V_2.$$

После того как жидкости смешались, телефон остался плавать на том же месте, значит сила тяжести так же была скомпенсирована силой Архимеда, действующей со стороны получившегося разбалованного киселя на телефон. Обозначим начальный объем густого киселя V_K, тогда после добавления воды (объем $2 \cdot V_K$), общий объем жидкости будет равен $3 \cdot V_K$. Общая масса жидкостей равна $M = \rho_A \cdot V_K + \rho_B \cdot 2 \cdot V_K$. Теперь несложно найти плотность жидкости после смешивания (ρ_C), при том, что общий объем не поменялся

$$\rho_C = \frac{M}{3 \cdot V_K} = \frac{1}{3}\rho_A + \frac{2}{3}\rho_B.$$

Запишем баланс сил, действующих на мобильник, после смешивания

$$F_T = \rho_C \cdot g \cdot V_T = \frac{1}{3}\rho_A \cdot g \cdot V_T + \frac{2}{3}\rho_B \cdot g \cdot V_T.$$

Приравняем выражения для силы тяжести, полученные из баланса сил, до и после смешивания жидкостей

$$\rho_A \cdot g \cdot V_1 + \rho_B \cdot g \cdot V_2 = \frac{1}{3}\rho_A \cdot g \cdot V_T + \frac{2}{3}\rho_B \cdot g \cdot V_T. \tag{3}$$

Видно, что мы можем сократить ускорение свободного падения g с обоих сторон равенства. Кроме того, выразим объем верхней части телефона через его общий объем $V_2 = V_T - V_1$, и подставим в равенство (3)

$$\rho_A \cdot V_1 + \rho_B \cdot V_T - \rho_B \cdot V_1 = \frac{1}{3}\rho_A \cdot V_T + \frac{2}{3}\rho_B \cdot g \cdot V_T.$$

Перенося слагаемые и вынося за скобки общий множитель, получаем следующее

$$(\rho_A - \rho_B) \cdot V_1 = \frac{1}{3} \cdot (\rho_A - \rho_B) \cdot V_T.$$

Так как плотность киселя не равна плотности воды, можем сократить с обоих сторон равенства $(\rho_A - \rho_B)$, и в итоге получаем ответ

$$\frac{V_1}{V_T} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: Телефон находился на $\frac{1}{3}$ часть в киселе до смешивания жидкостей.

- **2 балла** Правильно записано уравнение баланса сил для телефона до смешивания жидкостей
- **1 балл** Посчитана плотность получившейся после смешивания жидкости
- **2 балла** Правильно записано уравнение баланса сил для телефона после смешивания жидкостей
- **4 балла** Из уравнений баланса сил выведено искомое отношение объемов $\frac{V_1}{V_T}$
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Районный тур 2015. 8 класс. II вариант

Задача 1.

С начального момента и до того, как космонавт катапультируется, капсула пройдет некоторое расстояние S_1 в вертикальном направлении по оси OY (см. Рис. 2). Так как скорости капсулы и корабля равны, то Гермес пройдет такое же расстояние S_1, но по горизонтали (см. Рис. 2). Найдя это расстояние мы сможем установить, когда космонавту необходимо катапультироваться.

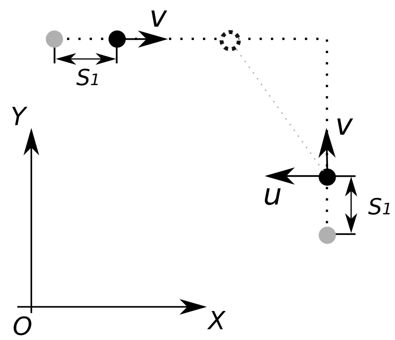

Рис. 2

По условию космонавт катапультируется вбок относительно капсулы, это значит, что в неподвижной системе отсчета составляющая его скорости вдоль оси OY будет равна скорости капсулы 2 м/с, а по оси OX он начинает двигаться со скоростью 3 м/с (см. Рис. 2). Перед тем, как попасть на корабль космонавту надо пролететь по вертикали расстояние $S_2 = 1800 - S_1$ м. При том, что его скорость в этом направлении составляет 2 м/с, с кораблем он встретится через время $t_1 = S_2/v = (1800 - S_1)/2$ с от момента катапультирования.

Встречу с кораблем по горизонтальной оси легче рассматривать в системе отсчета, двигающейся вдоль оси OX со скоростью u вбок. Космонавт в этой системе отсчета не имеет составляющей скорости вдоль OX. В этой системе отсчета корабль приближается к космонавту в горизонтальном направлении со скоростью $v' = v + u = 5$ м/с, а пройти ему по оси OX предстоит расстояние $S_3 = 3200 - S_1$ м. Так что время этого движения получается равно $t_1 = S_3/v' = (3200 - S_1)/5$ с.

Приравняв время t_1, выраженное из горизонтального и вертикального движения мы находим $S_1 = 2600/3$. Откуда время через которое космонавт должен катапультироваться равно $t = S_1/v = 1300/3 \approx 433,3$ с.

Ответ: Космонавту нужно катапультироваться через $t = 1300/3 \approx 433,3$ с после начального момента.

- **1 балл** За понимание того, в какую сторону должен катапультироваться космонавт
- **2 балла** Правильно записано условие попадания на корабль по вертикальной оси OY
- **4 балла** Правильно получена скорость сближения корабля и космонавта (**2 балла**), получено условие попадания на корабль по горизонтальной оси OX (**2 балла**)
- **2 балла** Из уравнений на движение по оси OX и OY выражено искомое время
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 2.

Определим сначала температуру робота в установившемся режиме. Для этого рассмотрим все относящиеся к нему тепловые процессы. Во-первых, робот получает тепло за счёт того, что расходует впустую часть потребляемой мощности. По определению, КПД – это та часть мощности, которая расходуется на полезную работу. Таким образом, на нагрев робота идёт оставшаяся её часть, то есть мощность $P_0 \cdot (1 - \eta(T))$. В выражении мы отдельно отметили, что КПД робота зависит от температуры. С другой стороны, робот теряет тепло за счёт отдачи в окружающую среду. Мощность этой теплоотдачи приведена в условии задачи и равняется $\alpha(T - T_{\text{окр}})$. В установившемся температурном режиме робот не нагревается и не охлаждается, то есть эти мощности равны друг другу:

$$P_0 \cdot (1 - \eta(T)) = \alpha(T - T_{\text{окр}})$$

Для того, чтобы найти температуру робота в установившемся режиме, нужно воспользоваться графиком и определить явный вид $\eta(T)$. Легко заметить, что эта функция линейна, и мы можем узнать точное её выражение по двум точкам.

$$\eta = 0.4 - (T - 20^oC) \cdot \frac{0.4}{40^oC} = 0.4 - \frac{T - 20^oC}{100^oC}$$

Теперь мы можем решить уравнение, описывающее тепловой баланс робота, и найти температуру.

$$P_0 \cdot (1 - 0.4 + \frac{T - 20^oC}{100^oC}) = \alpha(T - T_{\text{окр}})$$

$$20 \cdot (0.6 + \frac{T}{100} - 0.2) = 1.4(T - 20)$$

$$8 + \frac{T}{5} = 1.4T - 28 \Longrightarrow \quad T = 30^oC$$

КПД робота при такой температуре будет равняться

$$\eta = 0.4 - \frac{30 - 20^oC}{100^oC} = 0.3.$$

Таким образом, полезная мощность робота равняется $P = \eta P_0 = 6$ Вт. Можем проверить, что значение действительно подходит: теплоотдача робота в окружающую среду составляет $1.4 \cdot (30 - 20) = 14$ Вт, а мощность его нагрева равняется $(1 - 0.3) \cdot 20 = 14$ Вт. Таким образом, робот не нагревается и не охлаждается.

За десять минут закручивания шурупов в установившемся режиме робот совершит $A_r = P \cdot t = 6$ Вт$\cdot 600c = 3600$ Дж полезной работы, чего будет достаточно для того, чтобы закрутить $N = A_r/A = 3600/90 = 40$ шурупов.

Ответ: За десять минут работы в установившемся температурном режиме робот успеет закрутить 40 шурупов в следующем проекте Раздолбайкина.

- **3 балла** Правильно записано уравнение теплового баланса робота
- **4 балла** При помощи графика из уравнения теплового баланса получена температура робота в установившемся температурном режиме
- **2 балла** При помощи значения КПД в установившемся режиме посчитано количество шурупов, которое робот будет закручивать за 10 минут
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 3.

При вытаскивании всех четырех слитков нам будет противостоять сила трения между их гранями и деревянными пластинами, а так же сила тяжести. Максимальная сила статического трения пропорциональна силе реакции опоры N и равна $F_{Tp} = \mu \cdot N$, где μ_1 в нашем случае – коэффициент трения между деревянной пластиной и гранью золотого слитка. Силы реакции опоры, действующие со стороны пластин на грани слитков равны из соображения симметрии конструкции. Действительно, силы, с которой сдавливают пластины равны по условию, а все слитки одинаковые. Если равны силы реакции опоры, то равны и максимальные силы статического трения, которые действует со стороны пластин на соприкасающиеся с ними грани слитков (обозначим эту силу F_{Tp1}). Всего граней, касающихся пластин 6 штук. Тогда минимальная сила, которую нужно приложить для преодоления силы трения и силы тяжести, чтобы вынуть все четыре слитка, равна $F_1 = 6 \cdot F_{Tp1} + 4 \cdot m \cdot g$. ППо условию $F_1 = 1060H$, так как масса слитка дана, отсюда легко найти максимальную силу трения между пластиной и гранью одного слитка

$$F_{Tp1} = \frac{1}{6}(F_1 - 4 \cdot m \cdot g) = \frac{1}{6}(1060 - 500) = 60H.$$

Для того, чтобы вытащить угловой слиток, нужно кроме силы тяжести преодолеть силу трения между двумя гранями слитка и деревянными пластинами, а так же силу трения со стороны грани центрального слитка (обозначим F_{Tp2}). Таким образом, при вытаскивании только углового слитка, придерживая остальные, нужно приложить силу не меньшую $F_2 = 2 \cdot F_{Tp1} + F_{Tp2} + m \cdot g$. По условию $F_2 = 340H$, тогда легко получить, что

$$F_{Tp2} = F_2 - 2 \cdot F_{Tp2} - m \cdot g = 340 - 2 \cdot 60 - 175 = 45H.$$

Для того, чтобы вытащить центральный слиток, нужно кроме силы тяжести преодолеть силу трения со стороны граней трех угловых слитков. Силы реакции опоры, действующая на центральный слиток со стороны углового, по Третьему закону ньютона равна силе, действующей наоборот со стороны центрального на угловой. Следовательно сила трения, которая действует со стороны углового слитка на центральный равна F_{Tp2}, которую мы нашли раньше. Таким образом, получаем минимальную силу, необходимую, чтобы достать центральный слиток, придерживая остальные

$$F_3 = 3 \cdot F_{Tp2} + m \cdot g = 3 \cdot 45 + 175 = 310H$$

Ответ: Искомая сила равна $310H$.

- **3 балла** Вычислена сила трения между слитком и деревянной пластиной
- **3 балла** Вычислена сила трения между центральным и угловым слитком
- **3 балла** Вычислена искомая сила
- **1 балл** Получен правильный численный ответ

Задача 4.

По условию, одометр считает расстояние через количество оборотов колес, следовательно одометр в первом и во втором случае покажет 100 км. при N. Тогда путь, который проедете автомобиль, расчитывается по формуле.

$$S = 2\pi RN.$$

На зимних шинах Василий действительно проехал бы 100 км. и формула выглядела бы следующим образом:

$$S_1 = 2\pi R_1 N. \tag{4}$$

На летних шинах Василий проедет расстояние

$$S_2 = 2\pi R_2 N, \tag{5}$$

когда одометр покажет 100 км. Решая систему уравнений (4) и (5), получаем

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Тогда, выразив S_2:

$$S_2 = S_1 \frac{R_2}{R_1}.$$

Подставим числа и получим

$$S_2 = 100 \text{ км} \frac{14}{15} \simeq 93.3 \text{ км}$$

Ответ: В действительности Вася проехал 100 км$\frac{14}{15} \simeq 93.3$ км.

- **1 балл** За понимание, что одометр показывает 100 км. при N оборотах вне зависимости от радиуса колеса.
- **2 балла** За правильно написанное уравнение (4)
- **2 балла** За правильно написанное уравнение (5)
- **3 балла** Решение системы уравнений (4) и (5)
- **2 балла** Получен правильный численный ответ

Задача 5.

Для того чтобы решить задачу обозначим объем телефона, который находился в киселе V_1, а тот объем, что был в воде – V_2. Очевидно, что сумма данных объемов равна общему объему телефона $V_T = V_1 + V_2$. По условию задачи необходимо указать какая часть телефона была погружена в кисель, что в наших обозначениях соответствует отношению объема части, погруженной в кисель, к общему объему мобильника V_1/V_T.

Если телефон не всплывал и не тонул, значит сила тяжести F_T, была скомпенсирована силой Архимеда $F_{арх}$. Сила Архимеда в данном случае может быть выражена, как сумма сил, действующих на части телефона, находящиеся в разных жидкостях. Обозначим плотность воды ρ_A, а плотность киселя ρ_B, тогда баланс сил будет выглядеть следующим образом

$$F_T = \rho_A \cdot g \cdot V_1 + \rho_B \cdot g \cdot V_2.$$

После того как жидкости смешались, телефон остался плавать на том же месте, значит сила тяжести так же была скомпенсирована силой Архимеда, действующей со стороны получившегося разбалованного киселя. Обозначим начальный объем густого киселя V_K, тогда после добавления воды (объем $1,5 \cdot V_K$), общий объем жидкости будет равен $2,5 \cdot V_K$. Общая масса жидкостей равна $M = \rho_A \cdot V_K + \rho_B \cdot 1,5 \cdot V_K$. Теперь несложно найти плотность жидкости после смешивания (ρ_C), при том, что общий объем не поменялся

$$\rho_C = \frac{M}{2,5 \cdot V_K} = \frac{1}{2,5}\rho_A + \frac{1,5}{2,5}\rho_B = 0,4 \cdot \rho_A + 0,6 \cdot \rho_B.$$

Запишем баланс сил, действующих на мобильник, после смешивания

$$F_T = \rho_C \cdot g \cdot V_T = 0,4 \cdot \rho_A \cdot g \cdot V_T + 0,6 \cdot \rho_B \cdot g \cdot V_T.$$

Прировняем выражения для силы тяжести, полученные из баланса сил, до и после смешивания жидкостей

$$\rho_A \cdot g \cdot V_1 + \rho_B \cdot g \cdot V_2 = 0,4 \cdot \rho_A \cdot g \cdot V_T + 0,6 \cdot \rho_B \cdot g \cdot V_T. \quad (6)$$

Видно, что мы можем сократить ускорение свободного падения g с обоих сторон равенства. Кроме того, выразим объем верхней части телефона через его общий объем $V_2 = V_T - V_1$, и подставим в равенство (6)

$$\rho_A \cdot V_1 + \rho_B \cdot V_T - \rho_B \cdot V_1 = 0,4 \cdot \rho_A \cdot V_T + 0,6 \cdot \rho_B \cdot g \cdot V_T.$$

Перенося слагаемые и вынося за скобки общий множитель, получаем следующее

$$(\rho_A - \rho_B) \cdot V_1 = 0,4 \cdot (\rho_A - \rho_B) \cdot V_T.$$

Так как плотность киселя не равна плотности воды, можем сократить с обоих сторон равенства $(\rho_A - \rho_B)$, и в итоге получаем ответ

$$\frac{V_1}{V_T} = 0,4.$$

Ответ: Телефон находился на $0,4$ в киселе до смешивания жидкостей.

- **2 балла** Правильно записано уравнение баланса сил для телефона до смешивания жидкостей
- **1 балл** Посчитана плотность получившейся после смешивания жидкости
- **2 балла** Правильно записано уравнение баланса сил для телефона после смешивания жидкостей
- **4 балла** Из уравнений баланса сил выведено искомое отношение объемов $\frac{V_1}{V_T}$
- **1 балл** Получен правильный численный ответ